

Sistemas de Liénard para la observación de variables.

Liénard systems for the observation of variables.

Carlos Ríos Rojas (1).

Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez-Tecnológico Nacional de México.
crios@ittg.edu.mx.

Laurent Iván Reyes Camaras (2), estudiante. Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez-Tecnológico Nacional de México, laurentreyesc@gmail.com.

Samuel Gómez Peñate (3), Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez-Tecnológico Nacional de México,
sgomez@ittg.edu.mx.

Elías Neftalí Escobar Gómez (4), Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez-Tecnológico Nacional de México,
enescobarg@hotmail.com.

Francisco Ronay López Estrada (5), Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez-Tecnológico Nacional de México,
ronaystein@gmail.com.

Joaquín Eduardo Domínguez Zenteno (6), Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez-Tecnológico Nacional de México, quinolalo@gmail.com.

Artículo recibido en octubre 22, 2018; aceptado en noviembre 05, 2018.

Resumen.

Los sistemas de Liénard han sido usados para estudiar diversos fenómenos mecánicos de segundo orden. Con esto se propone el diseño de un observador para la estimación de variables. Para ejemplificar la aplicación de este método, se estudia el caso del péndulo simple que representa el ejemplo más típico de los sistemas no lineales.

Palabras clave: Liénard, sistemas no lineales, sistemas de control.

Abstract.

The systems of Liénard have been used to study various mechanical phenomena of the second order. With them, the design of an observer for the estimation of variables is proposed. To exemplify the application of this method, the case of the simple pendulum representing the most typical example of non-linear systems is repeated.

Keywords: Liénard, system non-linear, control system.

1. Introducción.

Los sistemas no lineales se representan mediante ecuaciones matemáticas con un comportamiento muy complejo e impredecible. Con la aparición de los sistemas de cómputo, estos se han convertido en un punto de interés de los científicos para tratar de predecir y controlar estos fenómenos, lo cuales pueden ser físicos, económicos y biológicos. Así, muchos de ellos han podido ser estudiados de forma sistemática, aunque falta mucho por estudiar.

La estimación de parámetros está ligada con una condición de excitación acorde al identificador y son muy difícil de cumplir cuando se pretende aplicar a sistemas no lineales.

Las ecuaciones de Liénard han sido estudiadas para mostrar la aplicabilidad del modelo propuesto en la observación de estado y la estimación de parámetros para algunas simulaciones y pruebas experimentales.

Un conjunto de osciladores no lineales que pueden ser utilizados en aplicaciones muy diversas, particularmente en la detección de fallas, son denominadas Sistemas de Liénard de segundo orden y han muy sido estudiadas por diversos autores: [Sastry y Bodson, 1989], [Besançon et al., 1996] y [Besançon et al., 2010].

En el presente trabajo es considerado un sistema de segundo orden denominados sistemas Liénard, [Liénard, 1928]. En particular incluye un conjunto de osciladores no lineales que son de interés para diversas aplicaciones y generaliza el caso de Van der Pol [Besançon et al., 2010].

Un observador de Kalman puede proporcionar una estimación de estado apropiado espacio-tiempo. Para ello se debe proponerse una formulación de excitación [Hammouri y Morales, 1990].

2. Sistema de Liénard.

Una de las ecuaciones diferenciales que muestran el comportamiento de los sistemas mecánicos de segundo orden es el llamado sistema Liénard [Liénard, 1928], la cual se muestra a continuación:

$$\ddot{x}(t) + F_0(x(t))\theta\dot{x}(t) + G_0(x(t))\theta = 0, \quad (2.1)$$

donde x es la variable, θ es un conjunto de parámetros, F y G son funciones suaves de x .

Con la ecuación anterior se puede incluir varios osciladores los más conocidos son el péndulo simple y el oscilador de Van der Pol, en la siguiente expresión se presenta un sistema Lienard:

$$\ddot{x}(t) + F_0(x(t))\theta\dot{x}(t) + G_0(x(t))\theta = B_0(x(t))\theta u(t) \quad (2.2)$$

donde $u(t)$ es el término forzado y B_0 es una función suave de x .

Para estimar los parámetros θ a partir de la única medición de x se utiliza el criterio de los osciladores Van der Pol con el propósito de extender este resultado a cualquier sistema de la forma de la ecuación (2.1).

Para resolver esta ecuación suponga que $x(t)$, $\dot{x}(0)$ y $u(t)$ para $t \geq 0$ son tales que:

$$\beta I \geq \int_t^{t+T} \Gamma(\tau, x(0), \dot{x}(0), u) \Gamma^T(\tau, x(0), \dot{x}(0), u) d\tau \geq \alpha I \quad (2.3)$$

Para algunos $T > 0$, $\alpha, \beta > 0$ y cualquier $t > t_0$ para $t_0 > 0$.

Entonces los parámetros de θ pueden ser estimados asintóticamente.

Finalmente se puede diseñar un observador para la estimación de z y θ [Zhang, 2002].

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= A\hat{z}(t) + \Phi(y, u)\hat{\theta} + (K + \Lambda\Gamma\Lambda^T C^T)(y - C\hat{x}) \\ \dot{\Lambda} &= (A - KC)\Lambda + \Phi(y - u) \\ \dot{\hat{\theta}} &= \Gamma\Lambda^T C^T(y - C\hat{x}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

para cualquier K tales que $A-KC$ sea estable.

Como observador de Kalman para el sistema extendido:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{z} \\ \hat{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & \Phi(y-u) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{z} \\ \hat{\theta} \end{pmatrix} - K(C\hat{z} - y)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{z} \\ \hat{\theta} \end{pmatrix} =: (A_e(y-u) - KC_e)z_e \tag{2.5}$$

$$K = S^{-1}C_e^T$$

$$\dot{S} = -\lambda S - A_e^T(y,u)S - SA_e(y,u) + C_e^T C_e$$

3. Aplicación del sistema de Liénard.

Para demostrar la aplicación de los sistemas de Liénard en los sistemas no lineales, se considera el problema clásico del péndulo que ha sido estudiado en diversos libros de textos [Guckenheimer y Holmes, 2002]:

$$\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_0 \sin(x) = b u(t) \tag{3.1}$$

donde a_0, a_1, b son parámetros positivos constantes que dependen de las características del péndulo.

En la ecuación (3.1), a_1 está relacionado con el coeficiente de fricción que según las leyes de la física es bastante difícil de estimar, pero en este problema es conocido al igual que a_0 y b .

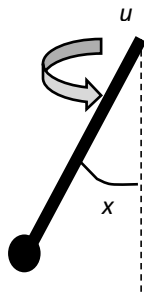


Fig. 1. Ejemplo típico del péndulo.

En ese caso, una señal de entrada sinusoidal puede proporcionar suficiente excitación [Sastry y Bodson (1989)], es decir, para esa señal se cumple la condición (2.3). El punto aquí es que esta condición también puede ser válida para el modelo no lineal (3.1) con una excitación sinusoidal de la forma:

$$u(t) = -ky(t) + G_0 \sin(\omega t) \tag{3.2}$$

para cualquier $k, \omega > 0$, y $G_0 > 0$ lo suficientemente grande para asegurar que la condición (2.3) sea válida para el sistema (3.1) para cualquier condición inicial $x(0), \dot{x}(0)$.

Sustituyendo la ecuación (3.2) en la ecuación (3.1):

$$\dot{X} = A_c X + D \sin(x) + B G \sin(\omega t)$$

con $X = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix}$, A_c claramente estable y D, B derivadas fácilmente de (6).

El problema es para demostrar que la solución de este sistema es tal que debe satisfacer la condición (2.3):

$$(\sin(t, x(0), \dot{x}(0), u)) \dot{x}(t, x(0), \dot{x}(0), u)$$

El modelo lineal (con $D=0$) admite una solución periódica de la forma $x(t) = G G_0 \sin(\omega t + \varphi)$, donde G , φ es la ganancia y el cambio de fase del sistema en frecuencia ω .

Conjunto $e := x - x_1$, donde $E := \begin{pmatrix} e \\ \dot{e} \end{pmatrix}$ satisface la ecuación:

$$\dot{E} = A_c E + D \sin(x)$$

Reduciendo los argumentos de x a t para simplificar la notación:

$$x_1(t) - \rho \leq x(t) \leq x_1(t) + \rho \quad (3.3)$$

$$\dot{x}_1(t) - \rho \leq \dot{x}(t) \leq \dot{x}_1(t) + \rho \quad (3.4)$$

Se observa que los límites superiores para (2.3) están satisfechos.

Para $\sin(x(t))$ ahora, observe que de la desigualdad (3.3), $x(t)$ varía al menos entre $-G_0 + \rho$ y $-G_0 - \rho$, con un patrón repetitivo en intervalos de tiempo que no puede ser inferior a algunos T deducido del periodo de x_1 .

A partir de esto, y para t lo suficientemente grande:

$$\int_t^{t+T} \dot{x}(\tau) \sin^2(x(\tau)) d\tau \geq \int_{x(t)}^{x(t+T)} \sin^2(z) dz \geq \int_{-A+\rho}^{A-\rho} \sin^2(z) dz$$

con el límite inferior tomando claramente un valor $\alpha > 0$.

Por otro lado, $|\dot{x}(t)|$ admite claramente algún límite superior X_d , y finalmente:

$$\int_t^{t+T} \sin^2(x(\tau)) d\tau \geq \frac{\alpha}{X_d} > 0$$

la cual es condición de (2.3).

Sobre esta base, un observador para la estimación simultánea de estado y parámetro puede diseñarse siempre que el sistema (3.1) esté excitado por una entrada del formulario (3.2).

4. Resultados.

Se considera un observador de forma la forma (2.4):

$$a_0 = 19.6; a_1 = 0.2; b = 8; k = 1; G_0 = 10; \omega = 1$$

La Figura 2 ilustra el comportamiento de la señal de excitación y su efecto en el comportamiento de salida, mientras que las Figuras 3 y 4 muestran cómo los parámetros a_0 , a_1 son bien estimados.

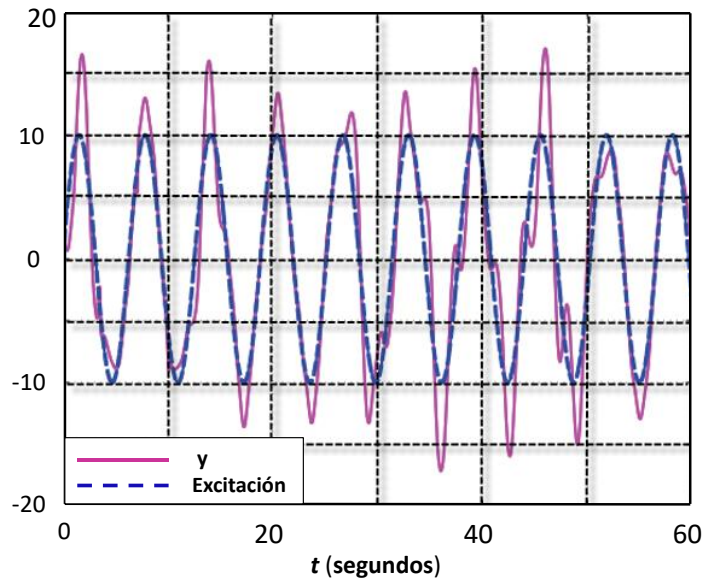


Figura 2. Comportamiento de la señal de excitación.

En la Figura 3 se muestra el comportamiento del parámetro a_1 con respecto al tiempo. La estimación de este parámetro es 0.2 y según se observa en la simulación converge con su estimación en 36 segundos.

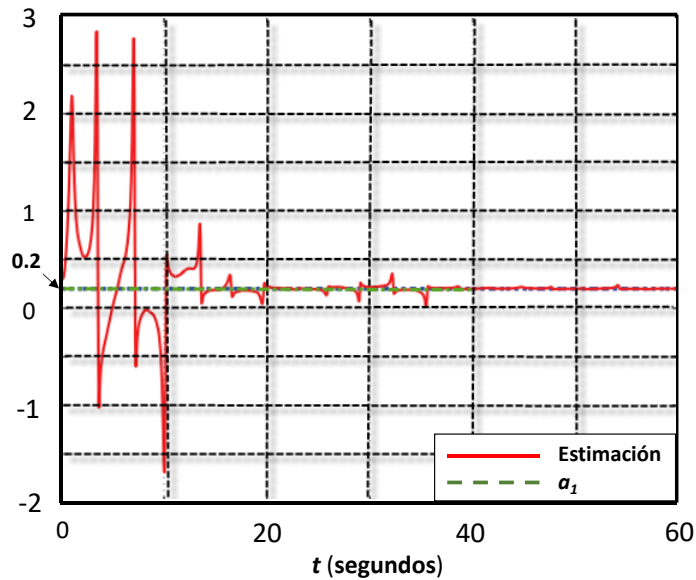


Figura 3. Comportamiento de a_1 respecto a su estimación.

En la Figura 4 se muestra el comportamiento del parámetro a_0 con respecto al tiempo. La estimación de este parámetro es 19.6 y según se observa en la simulación converge con su estimación en 55 segundos.

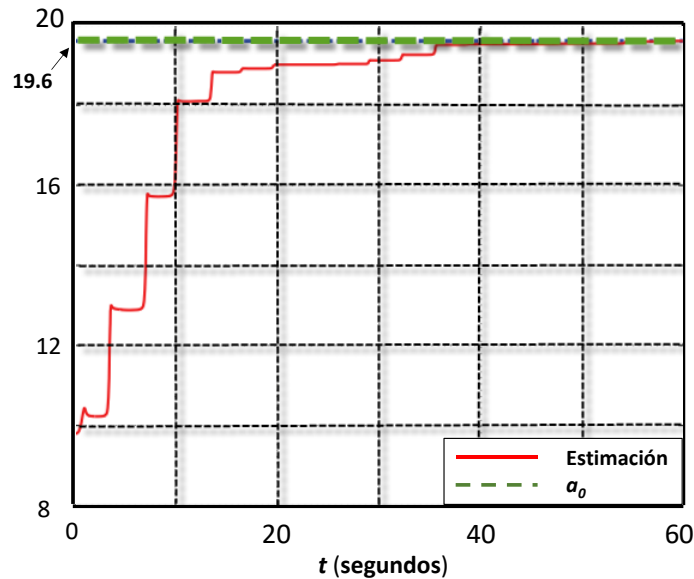


Figura 4. Comportamiento de a_0 respecto a su estimación.

Conclusiones.

Los sistemas de Liénard proporcionan una herramienta muy útil en la estimación de parámetros en sistemas mecánicos de segundo orden a partir de sistemas no lineales. Para ello, debe diseñarse un observador de Kalman.

Aplicado al ejemplo del péndulo se observa que satisface las condiciones aplicando una excitación correcta.

Actualmente, algunos investigadores están estudiando las ecuaciones de Liénard para diversos casos, uno de ellos es la detección de fugas en tuberías que se ha convertido en un problema mundial.

Referencias Bibliográficas.

- Besançon, G., Hammouri, H., and Bornard, G. (1996).** Observer synthesis for a class of nonlinear control systems. *European Journal of Control*, 2, 176–192.
- Besançon, G., Voda, A., and Jouffroy, G. (2010).** A note on state and parameter estimation in Van der Pol oscillators. *Automatica*. To appear.
- Guckenheimer, J. and Holmes, P. (2002).** Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. Springer (3rd Ed).
- Hammouri, H. and Morales, J.D.L. (1990).** Observer synthesis for state-affine systems. *In IEEE Conf. Decision and Control*, HA, USA, 784–785.
- Liénard, A. (1928).** Etude des oscillations entretenues. *Revue générale de l'électricité*. 23, 901–954, 1928.
- Sastry, S. and Bodson, M. (1989).** Adaptive control - stability, convergence and robustness. Prentice Hall Int., NJ.

Zhang, Q. (2002). Adaptive observers for MIMO linear time-varying systems. *IEEE Trans. Automatic Control*, 47(3), 525–29.

Información de los autores.



Carlos Ríos Rojas es Ingeniero Industrial Mecánico (egresado del Instituto Tecnológico de Tlalnepantla), Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica con especialidad en térmica (egresado del Instituto Tecnológico de Veracruz) y Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica (egresado del Instituto Nacional de Ciencias Aplicadas de Lyon, Francia). En 2015 realizó el posdoctorado en Energía Solar en el Centro Nacional de investigación y Desarrollo Tecnológico de Cuernavaca, Morelos. Miembro del Sistema Estatal de Investigadores de Chiapas (SEI de Cocytch, Chiapas) desde 2006. Es Profesor-Investigador desde 1991. Actualmente imparte clases en Ingeniería Eléctrica, en la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecatrónica (MCIM) y en el Doctorado en Ciencias de la Ingeniería del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez. Ha dirigido tesis de Maestría y Doctorado. Tiene 4 solicitudes de patente registradas ante el Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial, IMPI. Ha realizado 6 publicaciones en Congresos Internacionales, 2 artículos en revistas arbitradas y 5 artículos en revistas indexadas en JCR. Su área de interés incluye termodinámica, transferencia de calor, refrigeración, energía solar y diseño de mecanismos.



Laurent Iván Reyes Camaras es Ingeniero en Electrónica, egresado de la Maestría en Ciencias de la Ingeniería Mecatrónica, estudiante del Doctorado en Ciencias de la Ingeniería por el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez. Especialista en sistemas mecatrónicos y desarrollo tecnológico.



Samuel Gómez Peñate es estudiante de Doctorado en el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez (ITTG) y Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica (Control Automático) por el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico en el 2016 e Ingeniero Electrónico por ITTG en el 2005. Es profesor en el área de Ingeniería Mecánica del ITTG desde el 2009 donde ha impartido asignaturas de ciencias básicas, controladores lógicos programables, instrumentación industrial y control avanzado. Ha impartido cursos de actualización profesional en el área de ingeniería mecánica. Dentro de las áreas de interés se encuentran el control y el diagnóstico de fallas para sistemas no lineales.



Elías Neftalí Escobar Gómez realizó la Licenciatura en Ingeniería Industrial en Producción en el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez y la Licenciatura en Ingeniería Civil en la Facultad de Ingeniería Civil de la UNACH. El Instituto Tecnológico de Orizaba le otorgó el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Industrial y el Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial le otorgó el grado de Doctor en Ingeniería. Ha laborado como profesor e investigador en el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez y en la Facultad de Ingeniería Civil de la UNACH. Ha colaborado en diversas empresas a través de proyectos de investigación relacionados con optimización, desarrollo de modelos de planeación de operaciones, pronósticos y la aplicación de *soft computing* en áreas relacionadas con Ingeniería Industrial. Actualmente es Jefe de Proyectos de Investigación y profesor investigador del área de Ingeniería Industrial y de la Maestría en Ingeniería Mecatrónica en el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez, es miembro del IIE (Institute of Industrial Engineers) y del IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers).



Francisco Ronay López Estrada, recibió su Doctorado en Ciencias en Control Automático por la universidad de Lorraine, France, en 2014, y su Doctorado en Ciencias en Ingeniería Electrónica por el Centro Nacional de Investigación (CENIDET) en 2015. Recibió el grado de maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica por el CENIDET en 2008. Ha sido profesor del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez desde 2008 adjunto al departamento de Ingeniería Electrónica. Sus intereses de investigación son: los sistemas lineales de parámetros variantes, sistemas de detección de fallas, sistemas descriptores, control de procesos y control de vehículos aéreos no tripulados. Es fundador y catedrático del Doctorado en Ciencias de la Ingeniería del I.T. de Tuxtla Gutiérrez desde 2016.



Joaquín Eduardo Domínguez Zenteno, es Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica egresado del Instituto Tecnológico de Toluca, Ingeniero en Electrónica con especialidad en Instrumentación y Control por el Instituto Tecnológico de Nuevo León, en Cd. De Guadalupe, Nuevo León. Es profesor de tiempo completo en el área de Ingeniería Electrónica del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez y Jefe de Proyectos de Vinculación de Ingeniería Electrónica. Es investigador desde 2009 y colabora en la línea de investigación de “Instrumentación” de Ingeniería electrónica.